

Étude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée

El Hacene Mezaache^a, Michel Daguenet^{b*}

^a Centre universitaire de Skikda, BP 26, Skikda, 21000 Algérie

^b Laboratoire de thermodynamique et énergétique, université de Perpignan, 52, av. de Villeneuve, 66860 Perpignan cedex, France

(Reçu le 29 juin 1998, accepté le 2 avril 1999)

Abstract — Numerical study of the evaporation in laminar humid air flow of a liquid film flowing over an inclined plate. By using an implicit centered finite differences method with a non-uniform grid, the authors study numerically the evaporation of a thin liquid film flowing over an inclined plate in a forced humid-air flow. They consider the existence of two-dimensional laminar boundary-layers with variable physical properties and show that the term of enthalpy diffusion is always negligible, whether the plate is adiabatic, isothermal or heated by a constant heat flux density. By using in the liquid film transfer equations which are one-dimensional, partially two-dimensional and two-dimensional, the authors additionally show the following features. If the plate is adiabatic, the liquid mass flow rate is without influence on the transfers and the gas-liquid interface behaves like an isotherm surface at rest. In this case, one may use a one-dimensional model in the film whatever liquid mass flow rate is. If the wall is isotherm or heated by a constant heat flux and when the liquid mass flow rate is less than $10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, the one-dimensional model is sufficient; if it is included in the interval $[10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}, 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, the partially two-dimensional model is useful; if it is superior to $10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, it is necessary to use the two-dimensional model. Generally, whatever the thermal conditions on the plate are, heat transfer is dominated by the liquid-vapor transition. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

evaporation / thin film / heat and mass transfer / inclined plate

Résumé — Les auteurs étudient numériquement, à l'aide d'une méthode implicite aux différences fines centrées et à maillage variable, l'évaporation, dans un courant forcé d'air humide, d'un film mince d'eau ruisselant sur une plaque inclinée. Ils considèrent l'existence de couches limites laminares, permanentes, à propriétés physiques variables et montrent que le terme de diffusion enthalpique est toujours négligeable, que la plaque soit adiabatique, isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité constante. En utilisant, pour le film liquide, des équations de bilan unidimensionnelles, partiellement bidimensionnelles et bidimensionnelles, ils mettent en évidence, en outre, les éléments suivants. Si la paroi est adiabatique, le débit du liquide est sans influence sur les transferts et l'interface se comporte comme une surface isotherme au repos; dans ce cas, on peut utiliser un modèle unidimensionnel pour le film, quelle que soit la valeur du débit de liquide. Si la paroi est isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité constante et quand le débit du liquide est inférieur à $10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, le modèle unidimensionnel est suffisant; s'il est compris dans l'intervalle $[10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}, 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, le modèle partiellement bidimensionnel convient; s'il est supérieur à $10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, il faut utiliser le modèle bidimensionnel. Enfin, que la paroi soit isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité imposée, le transfert de chaleur est dominé par le transfert lié à la transition liquide-vapeur. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

évaporation / film mince / transfert de masse et de chaleur / plaque inclinée

Nomenclature

C_p	capacité thermique massique à pression constante	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	g	accélération de la pesanteur	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
D	coefficient de diffusion massique de la vapeur dans l'air	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	k	conductivité thermique	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
			L	longueur de la plaque	m
			M	masse molaire	$\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$
			m	rapport de la masse d'une substance contenue dans un volume gazeux sur la masse de ce volume (concentration massique)	
			Nu	nombre de Nusselt [relation (25)]	
			P_0	pression totale	Pa

* Correspondance et tirés à part.
 daguenet@gala.univ-perp.fr

p	pression partielle	Pa
Pr	nombre de Prandtl ($Pr = \mu C_p / k$)	
q	densité du flux de chaleur [relations (29)]	$W \cdot m^{-2}$
$Q_{L,0}$	débit massique d'entrée du liquide par unité de largeur	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
Q_V	débit massique du liquide évaporé par unité de largeur [relations (31)]	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
R	constante des gaz parfaits	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
Re	nombre de Reynolds [relations (32)]	
Sc	nombre de Schmidt ($Sc = \mu_G / \rho_G D$)	
Sh	nombre de Sherwood local [relation (26)]	
St_m	nombre de Stanton relatif au transfert de masse [relation (24)]	
St_s	nombre de Stanton relatif au transfert de chaleur sensible [relation (23)]	
T	température [relations (30)]	K
u	vitesse suivant Ox [relations (30)]	$m \cdot s^{-1}$
v	vitesse suivant Oy	$m \cdot s^{-1}$
x	abscisse dans le sens de l'écoulement [relations (33)]	m
y	coordonnée normale à la paroi	m
<i>Symboles grecs</i>		
δ	épaisseur du film liquide [relations (31)]	m
θ	angle d'inclinaison de la plaque par rapport au plan horizontal	°
λ	chaleur latente massique de vaporisation	$J \cdot kg^{-1}$
ω	densité du flux de vapeur au niveau de l'interface [relations (31)]	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
η	coordonnée normale adimensionnelle [relations (33)]	
μ	viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
τ	contrainte tangentielle du frottement [relation (28)]	$N \cdot m^{-2}$
Ψ	fonction de courant [relation (27)]	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Indices

A	air sec
G	mélange air-vapeur
i	interface liquide-vapeur
L	phase liquide
l	relatif à la chaleur latente
m	relatif au transfert de masse
0	condition d'entrée
p	paroi
s	relatif à la chaleur sensible
x	position suivant Ox
V	vapeur
∞	frontière extérieure de la couche limite gazeuse

Exposant

*	grandeur adimensionnelle
---	--------------------------

1. INTRODUCTION

L'évaporation d'un film liquide intervient dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans la concentration des effluents, le refroidissement des parois et de l'air, la production de vapeur et de sels, le séchage, la distillation et la combustion. Compte tenu de son importance pratique, l'évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement gazeux a fait l'objet de nombreux travaux numériques [1–12] et expérimentaux [13–15].

Par exemple, Seban et Faghri [14] étudient l'évaporation d'un film liquide en écoulement turbulent; Baumann et Thiele [3, 4] considèrent l'évaporation d'un film composé de deux liquides s'écoulant à l'intérieur d'une conduite cylindrique; Yan et Lin [9] examinent l'influence de l'évaporation d'un film liquide sur le transfert de masse et de chaleur par convection naturelle entre deux parois parallèles et verticales. Les travaux sur l'évaporation d'un film liquide au-dessus d'une plaque plane concernent les cas d'une paroi isotherme [1, 7, 9, 10], adiabatique [4–6, 8, 11, 15–17] ou à densité de flux de chaleur imposée [3, 10, 12]. Ils supposent la présence d'un gaz en convections naturelle [9, 18], forcée [1, 5, 6, 8, 11, 16] ou mixte [10, 19].

Les premiers travaux s'intéressent surtout au transfert de masse et de chaleur dans l'écoulement gazeux. Le film liquide est supposé au repos, d'épaisseur uniforme; les équations gouvernant les transferts en son sein sont réduites à des conditions aux limites pour résoudre les équations dans la phase gazeuse [5, 8, 15, 19, 20]. L'hypothèse d'un film au repos ne permet, ni d'étudier l'influence du débit du liquide et de l'inclinaison de la plaque, ni de prédire la longueur d'assèchement du film. Elle est acceptable pour des films liquides extrêmement minces. Cependant, dans de nombreuses applications, le film s'écoule et son débit massique est relativement important; les équations de transfert en son sein doivent alors être considérées.

Les travaux tenant compte simultanément des transferts dans les phases liquide et gazeuse sont peu nombreux. Étudiant l'évaporation en convection forcée turbulente, Shembharkar et Pai [16], Baumann et Thiele [3, 4] négligent pour le film liquide les termes d'inertie dans l'équation du mouvement et les termes convectifs dans l'équation de la chaleur. La formulation est donc unidimensionnelle. Tsay et al. [17], Yan et Lin [9], Yan [10], Yan et Soong [11, 12] se sont intéressés à l'évaporation d'un film liquide en convection naturelle, forcée et mixte. Ils négligent, au sein du film liquide, les termes d'inertie dans l'équation du mouvement et, dans l'équation de la

chaleur, le terme de transport convectif suivant la direction perpendiculaire à la paroi devant celui suivant sa direction longitudinale. Dans cette approche partiellement bidimensionnelle, les transferts dans le film sont caractérisés par une équation du mouvement unidimensionnelle et une équation de la chaleur bidimensionnelle. Récemment, Agunaoun et al. [1], Daïf et al. [6], Kaoua et al. [7] ont considéré l'évaporation d'un film liquide dans un écoulement laminaire forcé d'air sur une paroi isotherme ou adiabatique, en utilisant une formulation bidimensionnelle pour l'ensemble des équations de transfert dans le film.

Les travaux cités précédemment ont permis d'étudier d'une manière détaillée l'influence, sur le transfert de masse et de chaleur, des conditions d'entrée de l'écoulement gazeux (vitesse, température et humidité), qui peut être laminaire ou turbulent. Cependant, l'influence des grandeurs caractérisant le film liquide, notamment son débit massique et son inclinaison, a été peu étudiée. En outre, les approches unidimensionnelle et partiellement bidimensionnelle pour un film liquide en écoulement n'étant pas toujours satisfaisantes, leurs conditions d'applicabilité doivent être spécifiées.

Dans ce travail, nous résolvons numériquement les équations de transport bidimensionnelles, permanentes et laminaires qui gouvernent l'évaporation d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée soumise à différentes conditions thermiques (plaque adiabatique, isotherme et à densité de flux de chaleur imposée) en présence d'un écoulement co-courant d'air humide. Nous étudions notamment l'influence du débit du liquide sur le comportement dynamique et thermique de ce dernier ainsi que sur les grandeurs physiques caractérisant les transferts de masse et de chaleur. Nous comparons les résultats ainsi obtenus avec ceux issus des modèles unidimensionnel [3, 4, 16] ou partiellement bidimensionnel [9–12, 17] utilisés pour décrire les transferts dans le film, afin de savoir dans quelles conditions ces deux derniers peuvent être appliqués.

2. DESCRIPTION ET FORMULATION DU PROBLÈME

Soit un film liquide mince s'écoulant au-dessus d'une plaque inclinée d'un angle θ par rapport au plan horizontal et soumise à différentes conditions thermiques. La surface supérieure de ce film est en contact direct avec un écoulement d'air. L'échauffement et l'évaporation du liquide produisent un transfert de masse et de

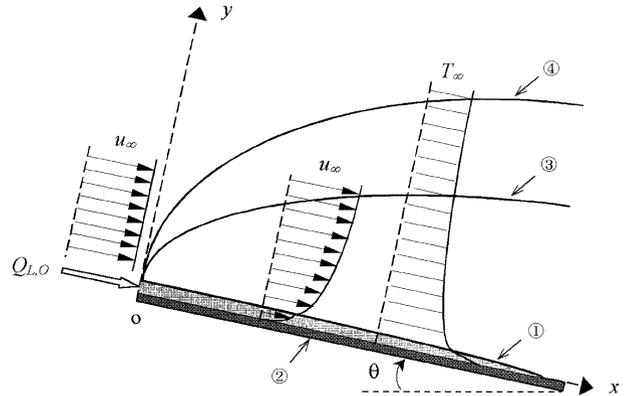


Figure 1. Schéma descriptif du problème physique. ① film liquide; ② paroi adiabatique, isotherme ou à densité de flux de chaleur imposée; ③ couche limite dynamique et ④ couche limite thermique.

Figure 1. Schematic diagram of physical problem. ① liquid film; ② adiabatic, isothermal or heated by a constant heat flux density walls; ③ momentum boundary layer and ④ heat boundary layer.

chaleur au niveau de l'interface vapeur–liquide. L'épaisseur du film varie en fonction de l'écoulement du liquide, de l'inclinaison, de l'évaporation et du frottement à l'interface. Le problème physique est schématisé sur la *figure 1*. Nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes : (i) les écoulements liquide et gazeux, ainsi que les transferts de chaleur et de matière sont laminaires et permanents; (ii) l'air humide est un mélange idéal de vapeur et d'air sec, considérés comme des fluides parfaits; (iii) les écoulements liquide et gazeux s'effectuent en couches limites bidimensionnelles et sans glissement l'un sur l'autre au niveau de l'interface; (iv) la longueur de la plaque est grande devant l'épaisseur du film liquide et celle de la couche limite gazeuse; (v) l'interface liquide–vapeur est sans onde, en équilibre thermodynamique local, imperméable à l'air sec; elle ne possède ni propriété matérielle ni tension superficielle; (vi) la pression totale dans la phase gazeuse est uniforme; (vii) ni la dissipation visqueuse, ni le rayonnement ni, dans la phase gazeuse, les effets Soret et Dufour ne sont pas pris en compte.

2.1. Équations de bilan

2.1.1. Dans le film liquide

Équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho_L u_L)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_L v_L)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Projection de l'équation du mouvement suivant Ox :

$$\begin{aligned} \rho_L u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + \rho_L v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \\ = \rho_L g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Équation de la chaleur :

$$\rho_L C_{pL} \left(u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_L C_{pL}}{Pr_L} \frac{\partial T_L}{\partial y} \right) \quad (3)$$

Dans l'approche unidimensionnelle, il convient d'annuler les premiers membres des équations (2)–(3). Celles-ci possèdent alors des solutions analytiques, lorsqu'on néglige la variabilité des propriétés physiques [3, 4, 16].

Dans l'approche partiellement bidimensionnelle, il convient d'annuler le premier membre de (2) et le second terme du premier membre de (3). Ainsi simplifiées, les équations (2)–(3) ont été résolues [9–12, 17] en supposant les propriétés physiques constantes.

2.1.2. Dans le gaz

Équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho_G u_G)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_G v_G)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Projection de l'équation du mouvement suivant Ox :

$$\rho_G u_G \frac{\partial u_G}{\partial x} + \rho_G v_G \frac{\partial u_G}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_G \frac{\partial u_G}{\partial y} \right) \quad (5)$$

Équation de la chaleur :

$$\begin{aligned} \rho_G C_{pG} \left(u_G \frac{\partial T_G}{\partial x} + v_G \frac{\partial T_G}{\partial y} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_G C_{pG}}{Pr_G} \frac{\partial T_G}{\partial y} \right) \\ + \frac{\mu_G}{Sc_G} (C_{pV} - C_{pA}) \frac{\partial m_V}{\partial y} \frac{\partial T_G}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

Équation de la diffusion convective de la vapeur :

$$\rho_G u_G \frac{\partial m_V}{\partial x} + \rho_G v_G \frac{\partial m_V}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_G}{Sc_G} \frac{\partial m_V}{\partial y} \right) \quad (7)$$

Le deuxième terme du second membre de l'équation (6) représente le terme de diffusion enthalpique, compte tenu de l'idéalité de l'air humide posée en hypothèse.

2.2. Conditions aux limites

À la paroi ($y = 0$, condition d'adhérence)

$$u_{L,p} = 0 \quad (8)$$

$$v_{L,p} = 0 \quad (9)$$

$$T_{L,p} = T_p \quad (\text{si la paroi est isotherme}) \quad (10)$$

$$-\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{L,p} = 0 \quad (\text{si la paroi est adiabatique}) \quad (11)$$

$$-\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{L,p} = q_p \quad (\text{si la paroi est traversée par un flux de chaleur de densité constante}) \quad (12)$$

À l'interface ($y = \delta$), selon Delhay [21, 22], Ishii [23] et Kocamustafaocullari [24], l'hypothèse de non-glissement des phases liquide et gazeuse l'une sur l'autre permet d'écrire :

$$u_{L,i} = u_{G,i} = u_i \quad (13)$$

L'hypothèse selon laquelle l'interface est en équilibre thermodynamique local entraîne :

$$T_{L,i} = T_{G,i} = T_i \quad (14)$$

La faible épaisseur du film liquide et la grande valeur du nombre de Reynolds du liquide conduisent à écrire la condition pour l'impulsion sous la forme simplifiée :

$$\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{L,i} = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{G,i} = \tau_i \quad (15)$$

L'interface ne possédant ni propriété matérielle ni tension superficielle, étant imperméable à l'air sec et la loi de Fick étant supposée valable dans la phase gazeuse, compte tenu des hypothèses précédentes, la densité du flux de vapeur au niveau de l'interface s'écrit :

$$\omega_i = - \left(\frac{\rho_G D}{1 - m_V} \frac{\partial m_V}{\partial y} \right)_i = (\rho_V v_V)_i \quad (16)$$

La continuité du flux de chaleur donne :

$$-\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{L,i} = - \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{G,i} + (\omega \lambda)_i \quad (17)$$

L'équation (17) exprime que la densité totale du flux de chaleur q_i transféré à travers l'interface du liquide au mélange vapeur–air est la somme des densités q_i et q_l des flux de chaleur sensible et latente.

La concentration massique de l'air à l'interface s'exprime par :

$$m_{A,i} = \frac{(P_0 - p_{V,i})}{(P_0 - p_{V,i}) + (M_V/M_A)p_{V,i}} \quad (18)$$

où la pression partielle $p_{V,i}$, donnée en annexe, traduit l'état de saturation de la vapeur à l'interface.

À la frontière extérieure de la couche limite gazeuse ($y \rightarrow \infty$)

$$u_{L,i} = u_{G,0} = u_{\infty} \quad (19)$$

$$T_{L,i} = T_{G,0} = T_{\infty} \quad (20)$$

$$m_A = m_{A,0} = u_{A,\infty} \quad (21)$$

À ces conditions, il faut ajouter celle exprimant que l'épaisseur du film liquide satisfait l'équation de conservation du débit massique :

$$Q_{L,0} = \int_0^x \omega_i dx + \int_0^{\delta} \rho_L u_L dy \quad (22)$$

2.3. Grandeurs adimensionnelles

Les nombres de Stanton locaux relatifs aux transferts de chaleur sensible St_s et de masse St_m sont définis, selon Schröppel et Thiele [8], par :

$$St_s = -\frac{q_s}{\frac{1}{2}\rho_{G,\infty}u_{\infty}(C_{p_{G,\infty}} + C_{p_{G,i}})(T_{\infty} - T_i)} \quad (23)$$

$$St_m = -\frac{\omega}{\rho_{G,\infty}u_{\infty}(m_{V,\infty} - m_{V,i})} \quad (24)$$

Le nombre de Nusselt local correspondant au transfert de la chaleur sensible Nu_s et le nombre de Sherwood Sh sont déterminés en appliquant les relations suivantes, selon Yan et Soong [12] :

$$Nu_s = \frac{xq_s}{k_G(T_i - T_{\infty})} \quad (25)$$

$$Sh = \frac{x(\partial m_V/\partial y)_i}{(m_{V,i} - m_{V,\infty})} \quad (26)$$

La fonction de courant adimensionnelle Ψ^* et le coefficient de frottement τ^* s'écrivent, selon Cebeci et Bradshaw [25] :

$$\Psi^* = \frac{\Psi}{\sqrt{\rho_{G,\infty}\mu_{G,\infty}u_{\infty}x}} \quad (27)$$

$$\tau^* = 2\frac{\tau}{\rho_{G,\infty}u_{\infty}^2} \quad (28)$$

où la fonction de courant Ψ s'écrit $\partial\Psi/\partial y = \rho_G u_G$ et $\partial\Psi/\partial x = -\rho_G v_G$.

Les densités adimensionnelles des flux des chaleurs sensible q_s^* , latente q_l^* et totale q_i^* sont :

$$q_s^* = \frac{q_s}{q_i}, \quad q_l^* = \frac{q_l}{q_i}, \quad q_i^* = \frac{q_i}{q_p} \quad (29)$$

Les valeurs adimensionnelles de la température T^* , des composantes longitudinale u^* et normale v^* de la vitesse, de l'épaisseur δ^* du film liquide, de la densité ω^* du flux de vapeur, de la fraction massique évaporée Q_v^* et de la concentration massique m_v^* de la vapeur sont données par :

$$T^* = \frac{T - T_{\infty}}{T_p - T_{\infty}}, \quad u^* = \frac{u}{u_{\infty}}, \quad v^* = \frac{v}{u_{\infty}} \quad (30)$$

$$\delta^* = \frac{\delta}{L}, \quad \omega^* = \frac{\omega}{\rho_{G,\infty}u_{\infty}} \quad (31)$$

$$Q_v^* = \frac{Q_v}{Q_{L,0}}, \quad m_v^* = \frac{m_{V,\infty} - m_{V,i}}{m_{V,\infty} - m_{V,i}}$$

Les nombres de Reynolds local dans la phase gazeuse Re_x et global dans la phase liquide Re_L s'expriment comme suit :

$$Re_x = \frac{\rho_{G,\infty}u_{\infty}x}{\mu_{G,\infty}}, \quad Re_L = 4\frac{Q_{L,0}}{\mu_L} \quad (32)$$

Les coordonnées adimensionnelles longitudinale x^* et normales η sont, selon Cebeci et Bradshaw [25] :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad \eta_L = \frac{y}{\delta(x)} \quad (33)$$

$$\eta_G = \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\rho_{G,\infty}\mu_{G,\infty}x}} \int_0^y \rho_G dy$$

3. MÉTHODE DE RÉOLUTION

Comme Cebeci et Bradshaw [25], nous utilisons une méthode implicite aux différences finies centrées, à maillage variable suivant la direction longitudinale de la plaque et uniforme suivant la direction transversale.

Plus précisément, nous posons : $\Delta x_{n+1}^* = K \Delta x_n^*$, $K = 1,05$, $\Delta x_1^* = 10^{-3}$, $N = 101$, suivant la direction longitudinale; $\Delta \eta_L = 1/(N_L - 1)$, $N_L = 41$, suivant la direction transversale dans le film liquide et $\Delta \eta_G = \eta_{\infty}/(N_G - 1)$, $N_G = 41$, $\eta_{\infty} = 8$, suivant la direction transversale dans la couche limite gazeuse.

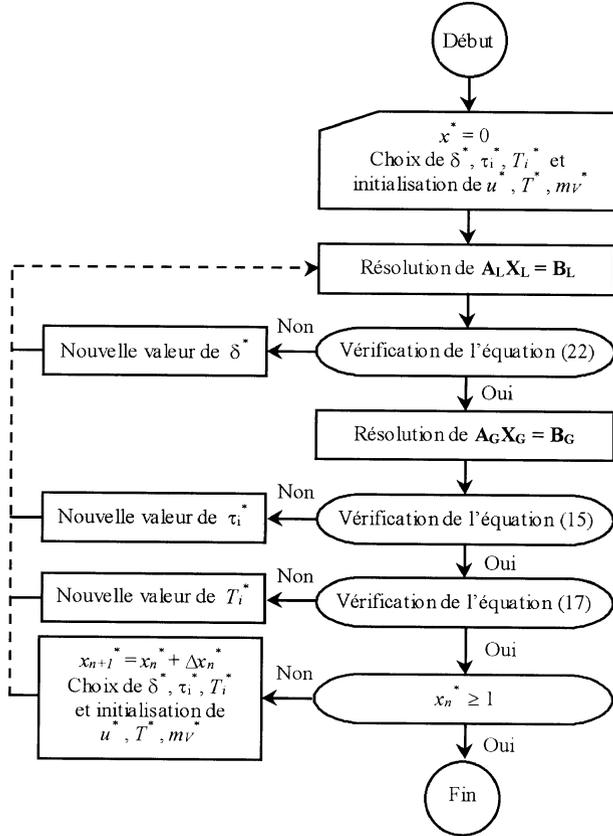


Figure 2. Organigramme des calculs.
Figure 2. Diagram of the calculation.

Les nombres N , N_L et N_G désignent les nombres totaux de nœuds respectivement le long de la plaque, suivant la direction transversale dans le film liquide et la couche limite gazeuse. Les grandeurs Δx_n^* , $\Delta \eta_L$ et $\Delta \eta_G$ représentent les pas du maillage longitudinal et transversal dans le film liquide et dans la couche limite gazeuse.

Les équations de transfert dans les phases liquide et gazeuse sont transformées en deux systèmes algébriques linéaires de la forme $A_L X_L = B_L$ et $A_G X_G = B_G$. La procédure de résolution est conforme à l'organigramme présenté sur la figure 2.

La même procédure de résolution est utilisée lorsque les transferts dans le liquide sont unidimensionnels, mais la résolution de la première équation matricielle est supprimée, puisque des solutions analytiques sont connus pour le film liquide.

4. COMPARAISON AVEC DES TRAVAUX ANTÉRIEURS

Afin de comparer des résultats issus de notre code de calcul avec des résultats de la littérature, nous considérons les évaporations de films de benzène et d'eau dans l'air sur des plaques planes adiabatique et isotherme.

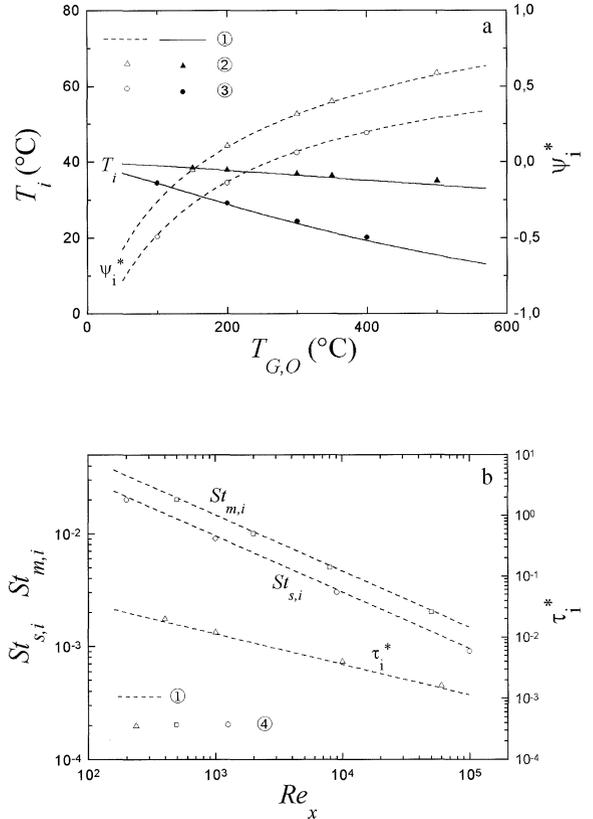


Figure 3. Comparaison entre nos calculs et ceux de Chow et Chung [5], Schröppel et Thiele [8], Spletstößer [15], pour un film liquide au repos ($\theta = 0$). (a) Variations de la température T_i et de la fonction de courant adimensionnelle Ψ_i^* en fonction de la température d'entrée de l'air T_∞ . (b) Variations du coefficient de frottement τ_i^* , des nombres de Stanton relatifs aux transferts de la chaleur sensible $St_{s,i}$ et de masse $St_{m,i}$, en fonction du nombre de Reynolds local Re_x . ① modèle bidimensionnel, ② Chow et Chung, ③ Schröppel et Thiele, ④ Spletstößer.

Figure 3. Comparison between our numerical results and those of Chow and Chung [5], Schröppel and Thiele [8], Spletstößer [15], for a liquid film at rest ($\theta = 0$). (a) Variations of the temperature T_i and the dimensionless stream function Ψ_i^* as function of the free stream temperature T_∞ . (b) Variations of the shear stress coefficient τ_i^* , Stanton numbers for sensible heat $St_{s,i}$ and mass transfer $St_{m,i}$ as function of the local Reynolds number Re_x . ① two-dimensional model, ② Chow and Chung, ③ Schröppel and Thiele, ④ Spletstößer.

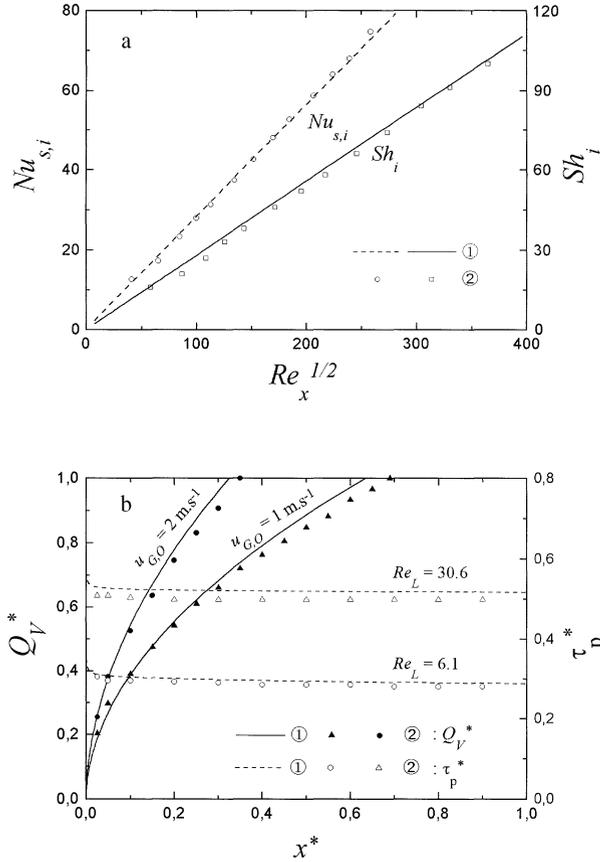


Figure 4. Comparaison entre nos calculs et ceux d'Agunaoun et al. [1]. (a) Variations du nombre de Nusselt relatif à la chaleur sensible $Nu_{s,i}$ et du nombre de Sherwood Sh_i , en fonction de $Re_x^{1/2}$. (b) Variations longitudinales du coefficient de frottement à la paroi τ_p^* et de la fraction massique évaporée Q_V^* . ① modèle bidimensionnel, ② Agunaoun et al.

Figure 4. Comparison between our numerical results and those of Agunaoun et al. [1]. (a) Variations of the Nusselt number for sensible heat $Nu_{s,i}$ and Sherwood number Sh_i as a function of $Re_x^{1/2}$. (b) Longitudinal variations of the wall shear stress coefficient τ_p^* and the mass flow rate fraction of vapor Q_V^* . ① two-dimensional model, ② Agunaoun et al.

Pour une paroi adiabatique, les variations de la température T_i et de la fonction de courant adimensionnelle Ψ_i^* à l'interface, en fonction de la température d'entrée de l'écoulement d'air T_∞ (figure 3a), présentent un bon accord avec les résultats numériques de Chow et Chung [5], relatifs à un système eau–air et ceux de Schröppel et Thiele [8] pour un système benzène–air.

Sur la figure 3b, les variations du coefficient de frottement τ_i^* ainsi que des nombres de Stanton relatifs aux transferts de chaleur $St_{s,i}$ et de masse $St_{m,i}$ à l'interface, en fonction du nombre de Reynolds local Re_x , sont aussi en parfait accord avec les prédictions numériques

de Spletstößer [15], relatives à une paroi adiabatique et à l'eau.

Sur la figure 4a, on observe aussi un très bon accord avec les résultats numériques d'Agunaoun et al. [1] concernant une paroi inclinée isotherme et un système eau–air, pour le nombre de Nusselt relatif à la chaleur sensible $Nu_{s,i}$ et celui de Sherwood Sh_i . L'accord est également satisfaisant en ce qui concerne le coefficient de frottement à la paroi τ_p^* et la fraction massique évaporée Q_V^* (figure 4b).

5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

5.1. Influence du débit massique du film liquide

Nos calculs, appliqués au système eau–air, sont effectués dans les conditions suivantes : $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa, $m_{A,\infty} = 1$, $u_\infty = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $L = 1 \text{ m}$, $\theta = 10^\circ$, $10^{-3} \leq Q_{L,0} \leq 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ et $T_\infty = 500^\circ \text{C}$ pour une paroi adiabatique ; $T_\infty = 20^\circ \text{C}$ et $T_p = 80^\circ \text{C}$ pour une paroi isotherme ; $T_\infty = 20^\circ \text{C}$ et $q_p = 10 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ pour une paroi traversée par un flux de chaleur de densité constante. Les conditions fixées correspondent expérimentalement à l'évaporation et à la protection thermique des parois, pour le cas d'une plaque adiabatique ou à flux imposé et à l'évaporation, pour le cas d'une paroi isotherme.

5.1.1. Paroi adiabatique

La figure 5a montre que la température de l'interface est constante le long de la plaque, quand le débit varie de 10^{-3} à $10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, que l'approche soit bidimensionnelle ou unidimensionnelle. Elle montre aussi que la température de l'interface et la densité du flux de vapeur ω_i^* sont indépendantes du débit. Quant aux profils longitudinaux de ω_i^* et de T_i^* , ils sont identiques à ceux relatifs à un film liquide au repos.

La figure 5b montre que la vitesse de l'interface u_i^* et l'épaisseur du film δ^* croissent avec $Q_{L,0}$. Les prédictions numériques à l'aide des modèles unidimensionnel et bidimensionnel sont presque identiques, sauf pour les grandes valeurs du débit au voisinage de l'entrée où de faibles écarts sont observés.

5.1.2. Paroi isotherme

La figure 6 présente, en fonction du débit, les variations longitudinales de la température de l'interface

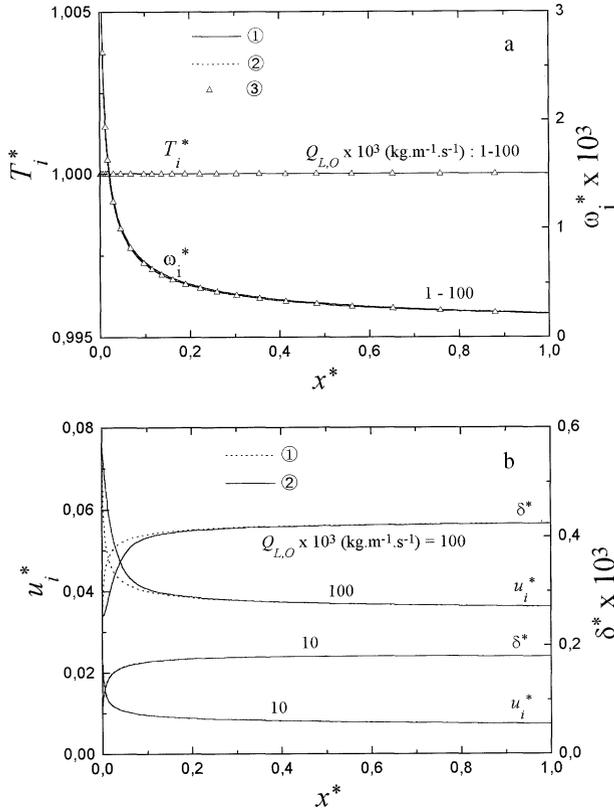


Figure 5. Influence du débit $Q_{L,0}$ sur les grandeurs du film d'une paroi adiabatique. (a) Température de l'interface T_i^* et densité du flux de vapeur ω_i^* . (b) Épaisseur du film liquide δ^* et vitesse de l'interface u_i^* . ① modèle unidimensionnel, ② modèle bidimensionnel, ③ film liquide au repos.

Figure 5. Effect of liquid mass flow rate $Q_{L,0}$ on the film parameters for an adiabatic wall. (a) Interfacial temperature T_i^* and mass flux of vapor ω_i^* . (b) Liquid film thickness δ^* and interfacial velocity u_i^* . ① one-dimensional model, ② two-dimensional model, ③ liquid film at rest.

T_p^* , de la densité du flux de vapeur ω_i^* et de la fraction massique évaporée Q_V^* , respectivement obtenues à l'aide des modèles unidimensionnel, bidimensionnel et partiellement bidimensionnel.

L'accroissement de T_i^* en fonction de x^* n'est important qu'au voisinage de l'entrée; loin de celle-ci, l'interface se comporte comme une surface isotherme, dont la température est plus proche de celle de la paroi T_p que de la température d'entrée de l'air T_∞ . La densité du flux de vapeur décroît le long de la paroi et n'est influencée par le débit qu'au niveau de l'entrée.

La figure 7a montre que le rapport q_i^* de la densité du flux de chaleur totale q_i traversant l'interface sur la densité du flux de chaleur q_p traversant la plaque

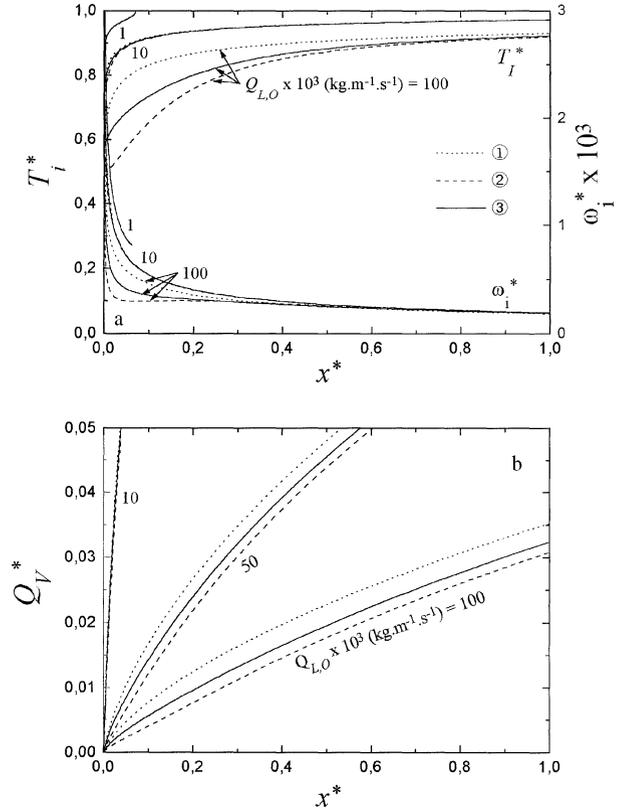


Figure 6. Variations longitudinales en fonction de $Q_{L,0}$ dans le cas d'une paroi isotherme de (a) température d'interface et densité du flux de vapeur, (b) fraction massique évaporée. ① modèle unidimensionnel, ② modèle partiellement bidimensionnel, ③ modèle bidimensionnel.

Figure 6. Longitudinal variations as a function of $Q_{L,0}$ for an isothermal wall of : (a) interfacial temperature and mass flux of vapor, (b) mass fraction of vapor. ① one-dimensional model, ② partially two-dimensional model, ③ two-dimensional model.

croît avec x^* et diminue avec $Q_{L,0}$. Pour les positions proches de l'entrée et pour les valeurs élevées du débit, une grande partie du flux de chaleur traversant la paroi sert à chauffer le liquide; la chaleur q_p est essentiellement transférée par conduction longitudinale et par convection au sein du film. Loin de l'entrée, même pour les grandes valeurs du débit, par exemple $Q_{L,0} = 10^{-1}$ kg·m⁻¹·s⁻¹, la quasi-totalité de q_p sert à l'évaporation.

Le rapport q_s^* de la densité de flux de chaleur sensible q_s sur la densité du flux de chaleur totale q_i traversant l'interface décroît longitudinalement de façon monotone; il n'est significatif qu'au voisinage de l'entrée et pour des débits importants (figure 7b). Contrairement à q_s^* , le rapport q_l^* de la densité du flux de chaleur latente q_l sur la

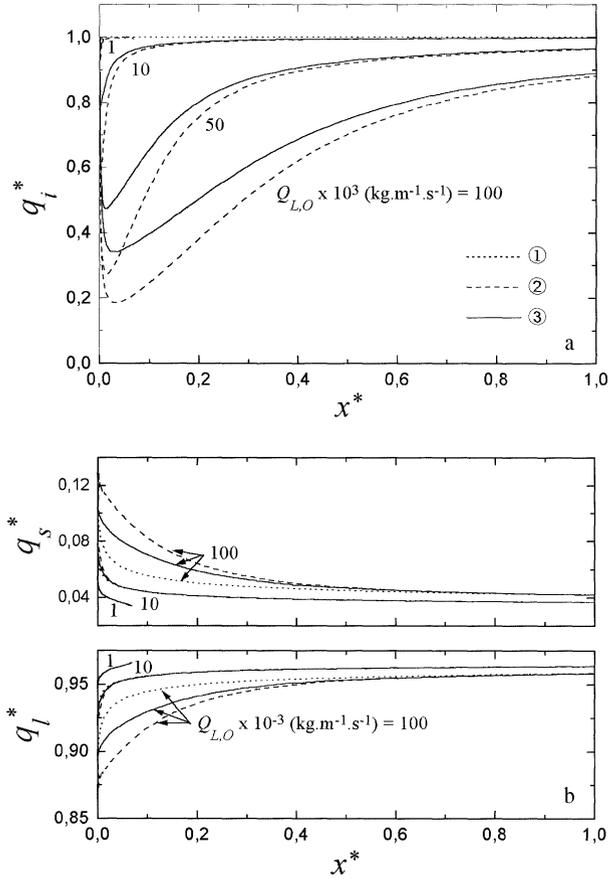


Figure 7. Variations longitudinales en fonction de $Q_{L,0}$ dans le cas d'une paroi isotherme de densité adimensionnelle (a) du flux de chaleur totale q_i^* , (b) des densités adimensionnelles du flux de chaleur sensible q_s^* et du flux de chaleur latente q_l^* . ① modèle unidimensionnel, ② modèle partiellement bidimensionnel, ③ modèle bidimensionnel.

Figure 7. Longitudinal variations as function of $Q_{L,0}$ for an isothermal wall of (a) interfacial dimensionless heat flux q_i^* , (b) dimensionless sensible heat flux q_s^* and dimensionless latent heat flux q_l^* . ① one-dimensional model, ② partially two-dimensional model, ③ two-dimensional model.

densité du flux de chaleur totale q_i traversant l'interface croît avec x^* et décroît avec $Q_{L,0}$. Les variations de q_l^* montrent que le transfert de chaleur à l'interface s'effectue principalement sous forme latente et que les faibles valeurs de q_l^* se situent à l'entrée pour les grands débits; pour $Q_{L,0} = 10^{-1}$ kg.m⁻¹.s⁻¹, la valeur est de 87 %.

Aux valeurs relativement faibles du débit ($Q_{L,0} \leq 10^{-2}$ kg.m⁻¹.s⁻¹) ou pour les positions suffisamment éloignées de l'entrée, nos prédictions des températures de l'interface basées sur les trois modèles (unidimensionnel, bidimensionnel et partiellement bidimensionnel) s'accor-

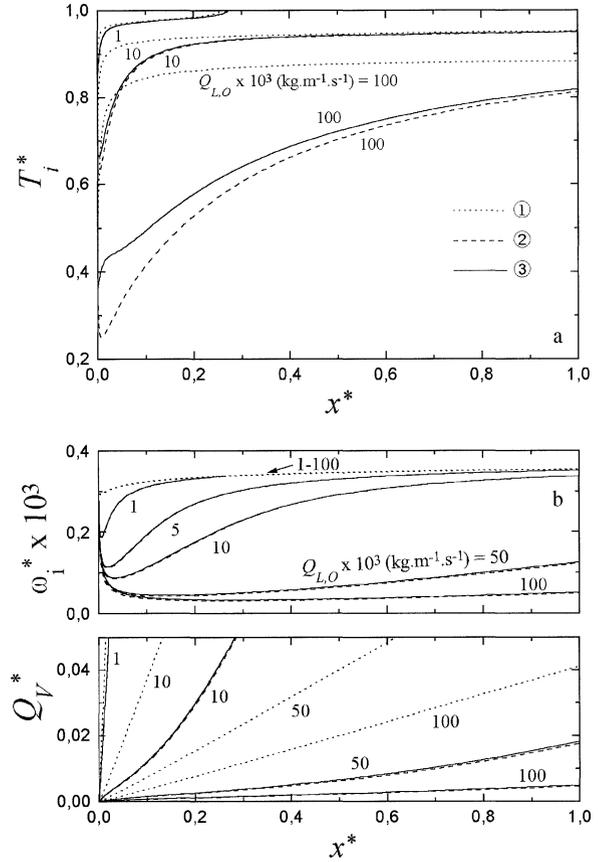


Figure 8. Variations longitudinales en fonction de $Q_{L,0}$ pour une paroi à flux de chaleur de densité constante de (a) température d'interface T_i^* , (b) densité du flux de vapeur ω_i^* et fraction massique évaporée Q_v^* . ① modèle unidimensionnel, ② modèle partiellement bidimensionnel, ③ modèle bidimensionnel.

Figure 8. Longitudinal variations as function of $Q_{L,0}$ for a heated wall by a constant heat flux density of (a) the interfacial temperature, (b) the mass flux and mass flow rate fraction of vapor. ① one-dimensional model, ② partially two-dimensional model, ③ two-dimensional model.

dent (figure 6a). Ce n'est qu'à l'entrée ou pour les grandes valeurs de $Q_{L,0}$ qu'on distingue entre elles des écarts pouvant être importants (plusieurs dizaines de pour-cent, selon le domaine), entraînant aussi des écarts dans les prédictions des autres grandeurs caractéristiques de l'interface (ω_i^* , Q_v^* , q_i^* , q_s^* et q_l^*).

5.1.3. Paroi traversée par un flux de chaleur de densité imposée

La figure 8 montre que l'augmentation de $Q_{L,0}$ réduit la température de l'interface, la densité du flux de vapeur, ainsi que la fraction massique évaporée et agit d'une

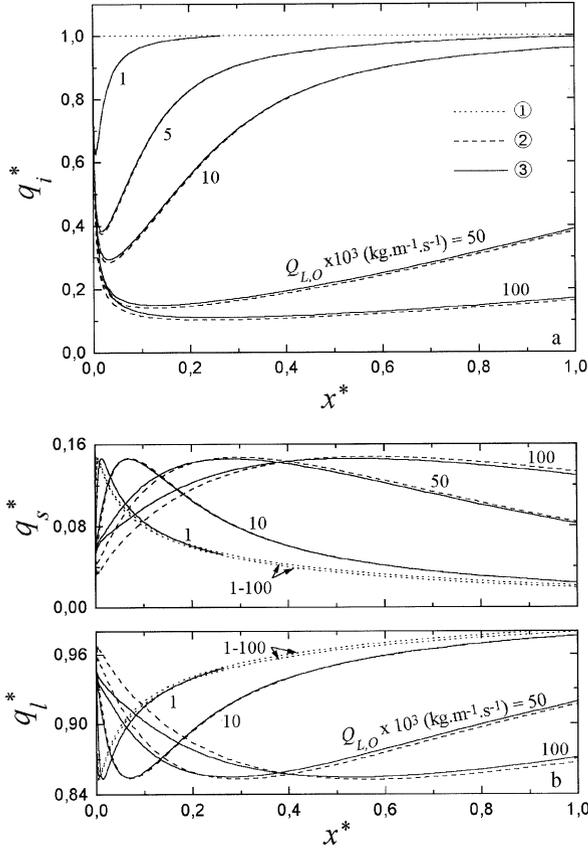


Figure 9. Variations longitudinales en fonction de $Q_{L,0}$ pour une paroi à densité de flux de chaleur constante de (a) densité adimensionnelle du flux de chaleur totale q_i^* , (b) densités adimensionnelles du flux de chaleur sensible q_s^* et du flux de chaleur latente q_l^* . ① modèle unidimensionnel, ② modèle partiellement bidimensionnel, ③ modèle bidimensionnel.

Figure 9. Longitudinal variations as function of $Q_{L,0}$ for a heated wall by a constant heat flux density of (a) the interfacial dimensionless heat flux q_i^* , (b) the dimensionless sensible heat flux q_s^* and dimensionless latent heat flux q_l^* . ① one-dimensional model, ② partially two-dimensional model, ③ two-dimensional model.

manière significative tout le long de la paroi sur ces grandeurs. Par exemple, lorsque $x^* = 1$, quand le débit varie de 10^{-2} à 10^{-1} kg·m⁻¹·s⁻¹, la température de l'interface résultant de l'approche bidimensionnelle varie d'environ 13 %. Elle croît le long de la plaque, à partir d'une valeur proche de T_∞ (figure 8a). Il en résulte un accroissement suivant x^* de Q_V^* (figure 8b) et, à partir d'une certaine valeur de l'abscisse, de ω_i^* .

À partir d'une valeur de l'abscisse croissant avec la valeur du débit initial, le rapport q_i^* diminue avec le débit (figure 9a) et croît avec x^* ; pour $Q_{L,0} = 10^{-1}$ kg·m⁻¹·s⁻¹, seulement moins de 20 % de la valeur de

q_p sont transférés à travers le film liquide pour assurer l'évaporation et l'échauffement du gaz. Simultanément, le rapport q_p^* croît longitudinalement, jusqu'à une valeur d'environ 15 %, pour une abscisse qui est fonction de $Q_{L,0}$, puis diminue aux abscisses supérieures (figure 9b). Aux grandes valeurs du débit, par exemple, $Q_{L,0} = 10^{-1}$ kg·m⁻¹·s⁻¹, même pour des positions assez éloignées, la valeur de q_s^* reste importante (environ 13 %). En dehors de sa zone de décroissance longitudinale, le rapport q_l^* croît avec x^* et diminue avec le débit.

Nos prédictions basées sur les modèles bidimensionnel et partiellement bidimensionnel s'accordent parfaitement dans un grand domaine du débit ($Q_{L,0} \leq 5 \cdot 10^{-2}$ kg·m⁻¹·s⁻¹). Ce n'est qu'à partir des grandes valeurs de $Q_{L,0}$ qu'on distingue une très faible différence entre elles. Plus précisément, le modèle partiellement bidimensionnel prévoit une température de l'interface légèrement inférieure; cette différence influe sur les rapports des densités de flux de chaleur sensible q_s^* et latente q_l^* ; elle reste sans incidence remarquable sur les grandeurs d'interface (ω_i^* , Q_V^* , q_i^*).

Les prédictions numériques issues du modèle unidimensionnel sont presque indépendantes du débit, puisque les transferts longitudinaux de chaleur au sein du film liquide ne sont pas pris en considération.

5.2. Influence du terme de diffusion enthalpique

Étudiant l'évaporation dans un écoulement forcé d'air, certains auteurs tiennent compte du terme de diffusion enthalpique, que le régime soit laminaire [5, 15], ou turbulent [3, 4, 8, 16], mais d'autres le négligent aussi bien en régime laminaire [1, 6, 7] que turbulent [11, 12].

Les conditions de calcul sont celles du § 4.1, avec $Q_{L,0} \leq 5 \cdot 10^{-2}$ kg·m⁻¹·s⁻¹. La figure 10 présente les prédictions numériques des températures de l'interface et des densités du flux de vapeur en fonction de x^* , obtenues à l'aide du modèle bidimensionnel, en tenant compte ou non du terme de diffusion enthalpique dans l'équation (6). Elle montre que celui-ci n'influe pas sur ces températures. Par conséquent, il n'affecte pas non plus les grandeurs qui en dépendent, par exemple la densité du flux de vapeur, quelles que soient les conditions thermiques imposées à la paroi.

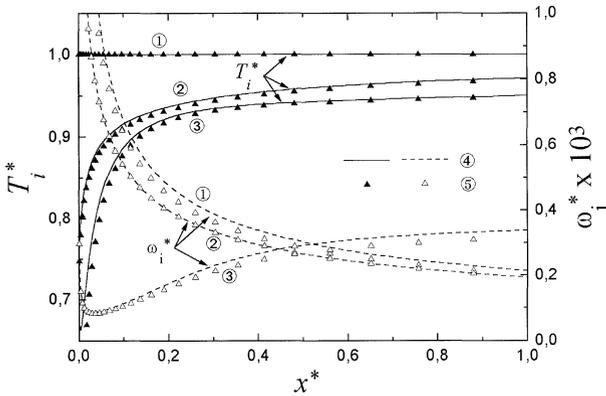


Figure 10. Influence du terme de diffusion enthalpique sur les variations longitudinales des températures d'interface issues du modèle bidimensionnel. ① paroi adiabatique, ② paroi isotherme, ③ paroi traversée par un flux de chaleur de densité constante, ④ avec le terme de diffusion enthalpique, ⑤ sans le terme de diffusion enthalpique.

Figure 10. Effect of enthalpy diffusion term on longitudinal variations of interfacial temperatures obtained by the two-dimensional model : ① adiabatic wall, ② isothermal wall, ③ imposed heat flux density wall, ④ with enthalpy diffusion term, ⑤ without enthalpy diffusion term.

6. CONCLUSION

De cette étude numérique de l'évaporation, dans un courant d'air humide, d'un film mince d'eau ruisselant sur une plaque inclinée, à l'aide d'une méthode aux différences finies centrées à maillage variable, se dégagent les conclusions pratiques suivantes.

(1) Que la paroi soit adiabatique, isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité constante, le terme de diffusion enthalpique est toujours négligeable.

(2) Si la paroi est adiabatique, le débit du liquide est sans influence sur les transferts et l'interface se comporte comme une surface isotherme au repos. Dans ce cas, on peut utiliser un modèle unidimensionnel dans le film, quelle que soit la valeur du débit du liquide.

(3) Si la paroi est isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité constante et quand le débit du liquide est :

(i) inférieur à $10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, le modèle unidimensionnel est suffisant ;

(ii) compris dans l'intervalle $[10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1} ; 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, le modèle partiellement bidimensionnel est utilisable ;

(iii) supérieur à $10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, il faut utiliser le modèle bidimensionnel.

(4) Le transfert de chaleur est dominé par le terme relatif à la transformation liquide-vapeur.

RÉFÉRENCES

[1] Agunaoun A., Daïf A., Barriol R., Daguinet M., Évaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde, sur une surface plane inclinée, *Int. J. Heat Mass Tran.* 37 (1994) 2947-2956.

[2] Ali Chérif A., Rakotomala M., Daïf A., Daguinet M., Contrôle hydrodynamique en convection mixte de l'épaisseur de dépôts en phase gazeuse de semi-conducteurs sur des corps de révolution, *Can. J. Chem. Engrg.* 73 (1995) 908-917.

[3] Baumann W.W., Thiele F., Heat and mass transfer in two-components film evaporation in a vertical tube, in : *Proc. 8th Int. Heat Trans. Conf.*, Vol. 4, 1986, pp. 1843-1848.

[4] Baumann W.W., Thiele F., Heat and mass transfer in evaporating two components liquid film flow, *Int. J. Heat Mass Tran.* 33 (1990) 267-273.

[5] Chow L.C., Chung J.N., Evaporation of water into a laminar stream of air and superheated steam, *Int. J. Heat Mass Tran.* 26 (1983) 373-380.

[6] Daïf A., Agunaoun A., Grisenti M., Daguinet M., Étude de la protection d'une paroi plane inclinée soumise à un courant d'air chaud par un film mince ruisselant, in : *Cancam 95*, Victoria, Canada, 1995, pp. 472-473.

[7] Kaoua M., Ali Chérif A., Daïf A., Daguinet M., Contrôle hydrodynamique de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi isotherme à symétrie de révolution dans un courant d'air humide, *Can. J. Chem. Engrg.* 74 (1996) 883-889.

[8] Schröppel J., Thiele F., On the calculation of momentum, heat and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film, *Numer. Heat Tran. B* 6 (1983) 475-496.

[9] Yan W.M., Lin T.F., Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation, *Int. J. Heat Mass Tran.* 33 (1990) 529-541.

[10] Yan W.M., Effects of film vaporization in turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, *Int. J. Heat Mass Tran.* 38 (1995) 713-722.

[11] Yan W.M., Soong C.Y., Numerical study of liquid film cooling in a turbulent gas stream, *Int. J. Heat Mass Tran.* 36 (1993) 3877-3885.

[12] Yan W.M., Soong C.Y., Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation, *Int. J. Heat Mass Tran.* 38 (1995) 1261-1269.

[13] Chun K.R., Seban R.A., Heat transfer to evaporating liquid film, *J. Heat Trans.-T. ASME* 93 (1971) 391-396.

[14] Seban R.A., Faghri A., Evaporation and heating with turbulent falling liquid films, *ASME J. Heat Tran.* 98 (1976) 315-318.

[15] Spletstößer W., Untersuchung der laminaren Zweistoffgrenzschichtströmung längs eines verdunstenden Flüssigkeitsfilms, *Wärme-Stoffübertrag* 8 (1975) 71-86.

[16] Shembharkar T.R., Pai B.R., Prediction of film cooling with a liquid coolant, *Int. J. Heat Mass Tran.* 29 (1986) 899-908.

[17] Tsay Y.L., Lin T.F., Yan W.M., Cooling of a falling liquid film through interfacial heat and mass transfer, *Int. J. Multiphas. Flow* 16 (1990) 853-865.

[18] Hasan M., Mujumdar A.S., Effect of finite normal interfacial velocity on free convection heat and mass transfer rates from an inclined plate, *Int. Comm. Heat Mass Tran.* 10 (1983) 477-490.

[19] Yeh Y.M., Tsai S.W., Yang C.C., Heat and mass transfer in mixed convection over a horizontal plate, *Numer. Heat Tran. B* 12 (1987) 229-242.

[20] Sakakibara M., Heat and mass transfer with a boundary layer flow past a flat plate of finite thickness, *Int. J. Heat Mass Tran.* 34 (1991) 2899-2909.

[21] Delhaye J.M., Équations fondamentales des écoulements diphasiques, Rapport CEA-R-3429, 1968.

[22] Delhaye J.M., Conditions d'interface et sources d'entropie dans les systèmes diphasiques, Rapport CEA-R-4562, 1974.

[23] Ishii M., Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow, Eyrolles, Paris, 1971.

[24] Kocamustafaocullari G., Thermo-fluid dynamics of separated two-phase flow, Thèse, Georgia Institute of Technology, 1971.

[25] Cebeci T., Bradshaw P., Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer, Springer Verlag, New York, 1984.

[26] Habil J., Properties of water, Db7, VD-Verlag, GmbH, Dusseldorf, Db2-Db15, 1993.

$$C_{pG} = m_V C_{pV} + m_A C_{pA}$$

$$D = \frac{2,26 \cdot 10^{-5}}{P_0} \left(\frac{T}{273,15} \right)^{1,81}$$

$$p_V = \frac{P_0 m_V}{M_V/M_A + (1 - M_V/M_A) m_V}$$

$$\mu_G = \frac{\mu_V X_V}{X_V + X_A \alpha_{V,A}} + \frac{M_A x_A}{X_A + X_V \alpha_{A,V}}$$

$$k_G = q k_1 + (1 - q) k_2$$

avec :

$$X_A = m_A \frac{M_G}{M_A}, \quad X_V = m_V \frac{M_G}{M_V}$$

$$\alpha_{V,A} = \frac{(1 + \sqrt{\mu_V/\mu_A} \sqrt{M_A/M_V})^2}{\sqrt{8} \sqrt{1 + M_V/M_A}}$$

$$\alpha_{A,V} = \frac{(1 + \sqrt{\mu_A/\mu_V} \sqrt{M_V/M_A})^2}{\sqrt{8} \sqrt{1 + M_A/M_V}}$$

$$k_1 = X_V k_V + x_A k_A, \quad k_2 = \frac{1}{X_V/k_V + X_A/k_A}$$

$$q = 0,320545 + 0,169501 X_A + 0,353371 X_A^2 - 0,519386 X_A^3 + 0,474109 X_A^4$$

(facteur de Brokaw).

La pression de la vapeur d'eau saturante $p_{V,i}$ est, selon la relation de Bertrand :

$$\log(p_{V,i}) = 17,443 - \frac{2795}{T_i} - 3,868 \log T_i$$

ANNEXE

Détermination des propriétés physiques

Les propriétés de l'air, de la vapeur de benzène et du mélange air sec-vapeur de benzène considérées sont empruntées à Schröppel et Thiele [8], celles de l'eau et de la vapeur d'eau à Habil [26]. Pour le mélange air sec-vapeur d'eau, nous utilisons les relations suivantes, données par Agunaoun et al. [1] et par Schröppel et Thiele [8] :

$$\rho_G = \frac{M_G P_0}{RT}, \quad M_G = \frac{1}{m_V/M_V + m_A/M_A}$$

Abridged English version

Numerical study of the evaporation in laminar humid air flow of a liquid film flowing over an inclined plate

The liquid film evaporation occurs in various industrial applications, notably, in heating, air conditioning, wall cooling, combustion, drying, distillation, effluent concentration, vapor and salt productions.

Due to its practical importance, numerous works investigated the liquid film evaporation, numerically and experimentally. Works, studying the liquid film evapora-

tion over a flat plate, concerned isothermal, adiabatic and imposed heat flux density walls for a gas flow in natural forced and mixed convections. Early studies focused especially on heat and mass transfer in the gas stream; the liquid film is supposed to be at rest with constant thickness, its governing transfer equations are reduced to the boundary equations for the gas flow. The used assump-

tion of liquid film at rest allows neither the study of the influence of the liquid mass flow rate nor the prediction of the draining length. This assumption is acceptable for an extremely thin film. However, for numerous applications, the liquid mass flow rate is relatively important; the film transfer equations must then be considered. Few numerical works have taken into account simultaneously the transfer in the liquid and gas phases; they used three different approaches, which are one-dimensional, partially two-dimensional and two-dimensional.

The physical process consists of a thin liquid film flowing on an inclined flat plate submitted to different thermal conditions. The liquid film is exposed to a co-courant forced air stream. Heating and evaporation of the liquid produce heat and mass transfers on the liquid–stream interface. A variation of the film thickness along the plate results from the effects of liquid flow, inclination, interfacial evaporation and shear stress. The following simplifying assumptions are made: (i) the operating regime is laminar and permanent; (ii) the gas (air + vapor) exhibits a perfect gas law; (iii) there are two-dimensional liquid and gaseous boundary layers with no-slip of one phase on the other at the interface; (iv) the film thickness and the gas boundary layer thickness are small compared with the length of the plate; (v) the surface of the film, in local thermodynamic equilibrium, is without wave, without material properties, without surface tension and impermeable to the dried-air; (vi) the total pressure is uniform; (vii) radiance, viscous dissipation of heat, Soret and Dufour effects are not taken into account.

Although the published works studied numerically the influences of the free stream conditions (temperature, velocity and humidity) on the heat and mass transfer in laminar and turbulent flows, the influence of the liquid film parameters, notably the liquid mass flow rate and the inclined angle was less considered. However, the one-dimensional and two-dimensional approaches for the liquid film are not always satisfactory so that their conditions of applicability must be specified.

In the present study, we solve numerically by using an implicit centered finite differences method with non-uniform grid, the two-dimensional laminar permanent transfer equations for a forced humid-air flow over a vaporizing liquid film flowing on an inclined flat

plate submitted to different thermal conditions (adiabatic, isothermal and imposed heat flux density walls). Then, our two-dimensional model is used in order to study the influence of the liquid mass flow rate on the interfacial heat and mass transfer. Additionally, we compare our results with those obtained with one-dimensional and partially two-dimensional models in order to know if the latter could be convenient.

In order to compare some results of our calculation code with some literature results, we consider the evaporation of benzene and water films in a forced humid-air flow over an adiabatic and isothermal plate. Our numerical results agree well with those of some previous works.

From numerical study on the evaporation, in a forced humid-air flow, of a thin liquid water film flowing over an inclined plate, submitted to different thermal conditions, the following practical conclusions can be drawn.

1. The term of enthalpy diffusion is always negligible whether the plate is adiabatic, isothermal or heated by a constant heat flux density.

2. By using in the liquid film transfer equations, which are one-dimensional, partially two-dimensional and two-dimensional, the authors additionally show that:
 - if the plate is adiabatic, the liquid mass flow rate is without influence on the transfers and the gas–liquid interface behaves like an isotherm surface at rest; in this case, one may use a one-dimensional model in the film whatever liquid mass flow rate is.

- if the wall is isotherm or heated by a constant heat flux and when the liquid mass flow rate is less than $10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, the one-dimensional model is sufficient; if it is included in the interval $[10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}, 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, the partially two-dimensional model is useful; if it is superior to $10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, it is necessary to use the two-dimensional model.

3. For the lower $Q_{L,0}$, the concordance between the numerical predictions of the velocity and the film thickness obtained with the one-dimensional, partially two-dimensional and two-dimensional models, justifies the hypothesis often used of the neglected inertia terms in the liquid momentum equation. This hypothesis is valid if the liquid mass flow rate is not too important, $Q_{L,0} < 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.